Trabajo Práctico N°1. Transporte escalar

a. Advección difusión

1. Advección difusión estacionaria 1D

Sea la ecuación de advección difusión estacionaria expresada en la Eqn. (1)

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{v}\phi\right) = \vec{\nabla} \cdot \left(\nu\vec{\nabla}\phi\right) \tag{1}$$

resolver un caso 1D dado por las condiciones de borde e iniciales: $\phi(0,t) = 0$, $\phi(1,t) = 1$ y $\phi(x,0) = 0$ en el dominio $0 \leqslant x \leqslant 1$ para el caso de $\mathbf{Pe}_x < 1$ usando una malla de 100 celdas. Completar las siguientes consignas:

i) Presentar en una figura la comparación de las soluciones con Upwind Difference (UD) y Central Difference (CD) resolviendo con `octave`;

ii) Presentar en una figura la comparación de las soluciones con UD y CD resolviendo con OpenFOAM®;

iii) Presentar una figura comparando la solución con CD resolviendo con `octave` y OpenFOAM®;

iv) Responda justificando debidamente, ¿Por qué es necesario dar una condición inicial en un problema estacionario?

2. Advección no estacionaria 1D

Sea la ecuación de advección no estacionaria expresada en la Eqn. (2)

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{v}\phi\right) = 0 \tag{2}$$

resolver un caso 1D dado por las condiciones de borde e iniciales siguientes:

a. $\phi(0,t) = 0,\ \left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{x=1} = 0,\ \phi\left(x,0\right) = \begin{cases} \sin^2\left[3\pi\left(x-\frac{1}{6}\right)\right], & \text{para } \frac{1}{6} < x < \frac{1}{2} \\ 0, & \left(0 \leqslant x < \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1\right) \end{cases}$

b. $\phi(0,t) = 0,\ \left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{x=1} = 0,\ \phi\left(x,0\right) = \begin{cases} 1, & \text{para } \frac{1}{6} < x < \frac{1}{2} \\ 0, & \left(0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{6}\right) \cup \left(\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1\right) \end{cases}$

usando una malla de 100 celdas con dominio $0 \leqslant x \leqslant 1$ y $\vec{v} = (1,0,0)$. Completar las siguientes consignas:

i) Presentar en sendas figuras la comparación de las soluciones para $t = 0{,}25$ con esquemas UD, CD, blended, van Leer y SuperBee para los problemas a. y b. con `octave` seleccionando el esquema de discretización temporal que permita obtener las soluciones más exactas;

II) Presentar en sendas figuras la comparación de las soluciones para $t = 0{,}25$ con esquemas UD, CD, blended, van Leer y SuperBee para los problemas a. y b. con OpenFOAM® seleccionando el esquema de discretización temporal que permita obtener las soluciones más exactas;

III) Responda justificando debidamente, ¿Que conclusiones obtiene respecto al uso de los esquemas TVD propuestos bajo las condiciones iniciales dadas? ¿Qué otro esquema TVD propondría en cada caso?;

IV) Responda justificando debidamente, ¿Por qué es necesario dar una condición de borde en el extremo derecho del dominio?

Para inicializar el campo T como se solicita puede valerse de la herramienta `writeCellCentres` de OpenFOAM® que le dará los archivos `0/ccx`, `0/ccx`, `0/ccy`. Si su malla 1D se encuentra desarrollada en en el eje x entonces puede generar un archivo `ccx_free` a partir de las coordenadas de los centros de celdas dados en `0/ccx`, este archivo debe poseer las coordenadas en formato plano. Luego puede utilizar los scripts de `octave` `createSenoInit.m` y `createEscalonInit.m` que le darán los valores de T correspondientes a las funciones de inicialización propuestas en el ejercicio. Estos valores estarán almacenados en los archivos `T_seno.init` y `T_escalon.init`. Finalmente deberá colocar los datos en el `0/T` teniendo en cuenta que los campos ya no son constantes, con lo cual el campo interno tendrá una estructura del tipo

```
internalField   nonuniform List<scalar>
5
(
0
0
0
1
1
);
```

en el caso que tuviera cinco celdas.

3. Advección no-estacionaria 2D

Para el caso de la Eqn. (2) en un dominio 2D se buscará resolver el transporte de un escalar pasivo debido a un flujo Poiseuille entre dos placas planas paralelas, tal como se muestra en la Figura 1.

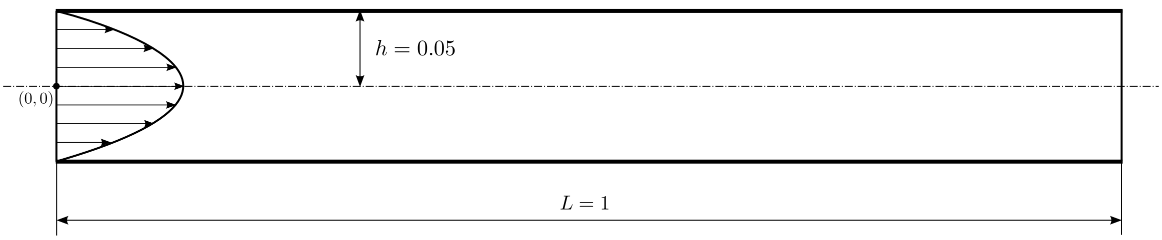


Figura 1: Flujo Poiseuille entre dos placas planas paralelas.

Así pues las condiciones de borde e iniciales son $\phi(0, y, t) = 1$, $\left.\frac{\partial\phi}{\partial t}\right|_{1,y,t} = 0$ y $\phi(x, y, 0) = 0$. El campo advectivo $\vec{v}(x, y, t)$ corresponde a la solución de Poiseuille equivalente un flujo plano de $\overline{\vec{v}} = 1$, considerando ambas placas sin deslizamiento. Se solicita entonces completar las siguientes consignas:

I) Despejar la expresión del flujo Poiseuille bajo las condiciones previamente indicadas. Como verificación de la solución recuerde que el flujo debe tener un pico de $|\vec{v}| = 1{,}5$;

II) A partir de la solución analítica obtenida generar el campo $\vec{v}$ necesario para el transporte y almacenarlo en `0/U`, recordar que el campo interno, al no ser constante, tendrá una estructura del tipo:

```
internalField   nonuniform List<vector>
5
(
(0 0 1)
(0 0 1)
(0 0 1)
(0 0 1)
(1 0 1)
);
```

en el caso que tuviera cinco celdas;

III) Presentar las figuras de la solución 2D con OpenFOAM®a distintos tiempos tal que se pueda apreciar el avance del frente de trazador T, utilizando UD;

IV) Responda justificando debidamente, ¿A qué se debe la forma del frente de avance?, ¿En que zonas del frente se espera tener mayor difusión numérica? ¿A qué lo atribuye?;

V) Responda justificando debidamente, ¿A qué tiempo debería llegar a la salida el punto del frente que se transporta más velozmente? ¿Qué observa numéricamente? (Sugerencia: presente una figura donde se muestre la distribución de T a lo largo de línea central del dominio para el instante de tiempo indicado);

VI) ¿Como podría mejorar la solución? Proponga una manera y presente nuevamente las figuras del inciso iii)

b. Difusión

1. Difusión no estacionaria 2D

Sea la ecuación de difusión no estacionaria expresada en la Eqn. (3)

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \left(\nu\vec{\nabla}\phi\right) \tag{3}$$

la que se desea resolver con las condiciones de borde e iniciales presentadas en la Figura 2. Se plantea entonces completar las siguiente consignas:

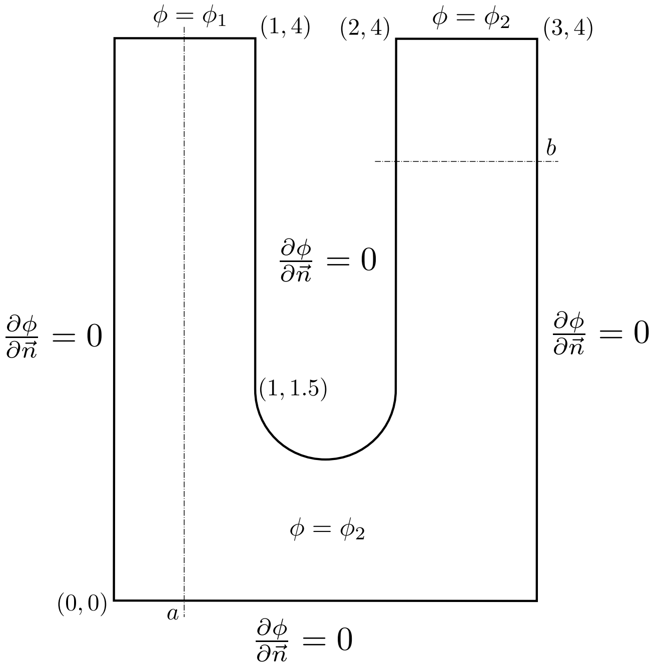


Figura 2: Geometría propuesta para un caso de difusión no estacionaria.

I) Mallar el dominio propuesto en forma estructurada [Figura 3(a)] y no estructurada [Figura 3(b)], para lo cual puede valerse de la herramienta `blockMesh` y del software *gmsh* para el cual se provee un script. Luego deberá utilizar la herramienta `gmshToFoam` para poder correr el caso en OpenFOAM®. La conversión puede requerir editar el archivo `constant/polyMesh/boundary` eliminando el *patch* vacío que aparece, lo cual implica también disminuir el contador de patches en uno;

II) Estudiar y presentar un breve resumen del concepto de iteraciones no ortogonales y su necesidad en problemas difusivos;

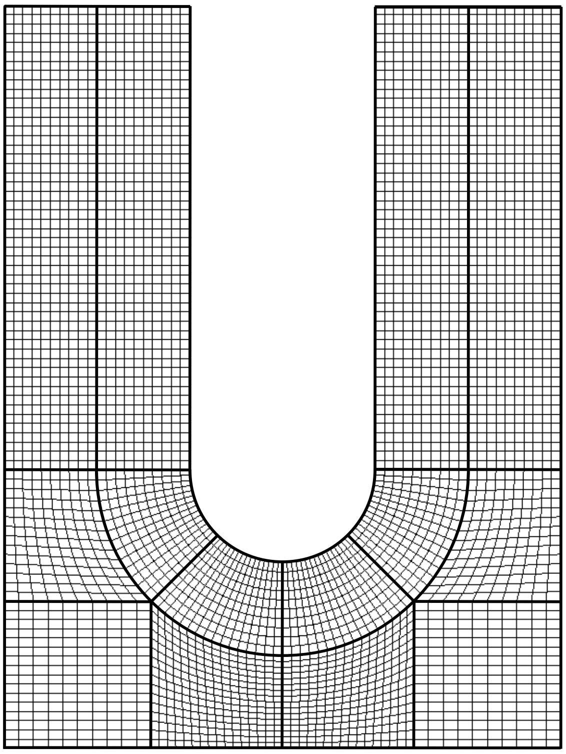
III) Resolver el problema en forma estacionaria utilizando la malla estructurada, presentando un mapa 2D de ϕ y el valor de ϕ a lo largo de las líneas a y b. Utilice `nNonOrthogonal Corrections=0` ¿Tienen los resultados obtenidos sentido físico? Explique;

IV) Resolver en problema en forma transitoria mostrando la evolución de ϕ a lo largo del a recta a;

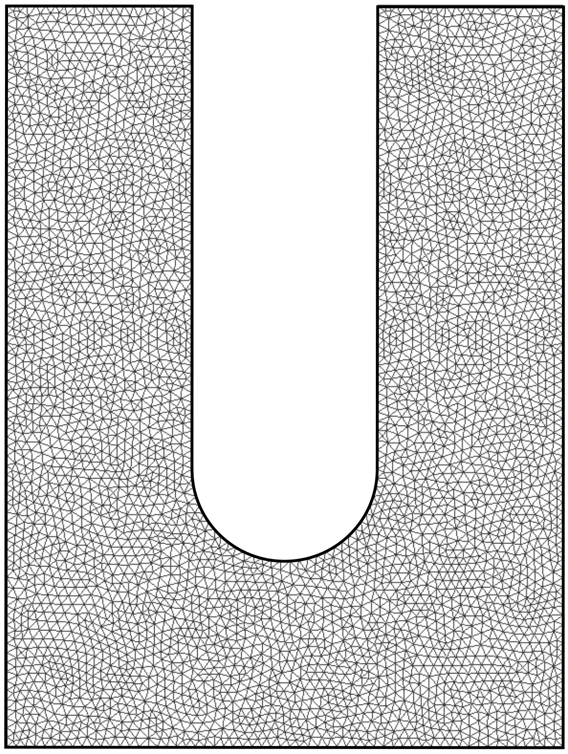
V) Repita lo indicado en iii) utilizando `nNonOrthogonalCorrections=10` ¿Nota alguna diferencia en el mapa de ϕ? Desarrolle;

VI) Repita lo indicado en iii) utilizando la malla no estructurada para `nNonOrthogonal Corrections=0,10` ¿Que diferencias nota entre las soluciones de este inciso? ¿Cuál se asemeja más a la del inciso iii)? ¿Posee alguna de ellas valores no físicos? Explique la razón de las diferencias;

VII) Presente una figura comparando las líneas de iso-valores de ϕ con diez intervalos para los dos casos del inciso anterior. ¿Debe ser simétrica la solución? ¿Por qué? ¿Cuál de las dos soluciones obtenidas logra esta simetría?



(a) Dominio de la Figura 2 mallado en forma estructurada



(b) Dominio de la Figura 2 mallado en forma no estructurada