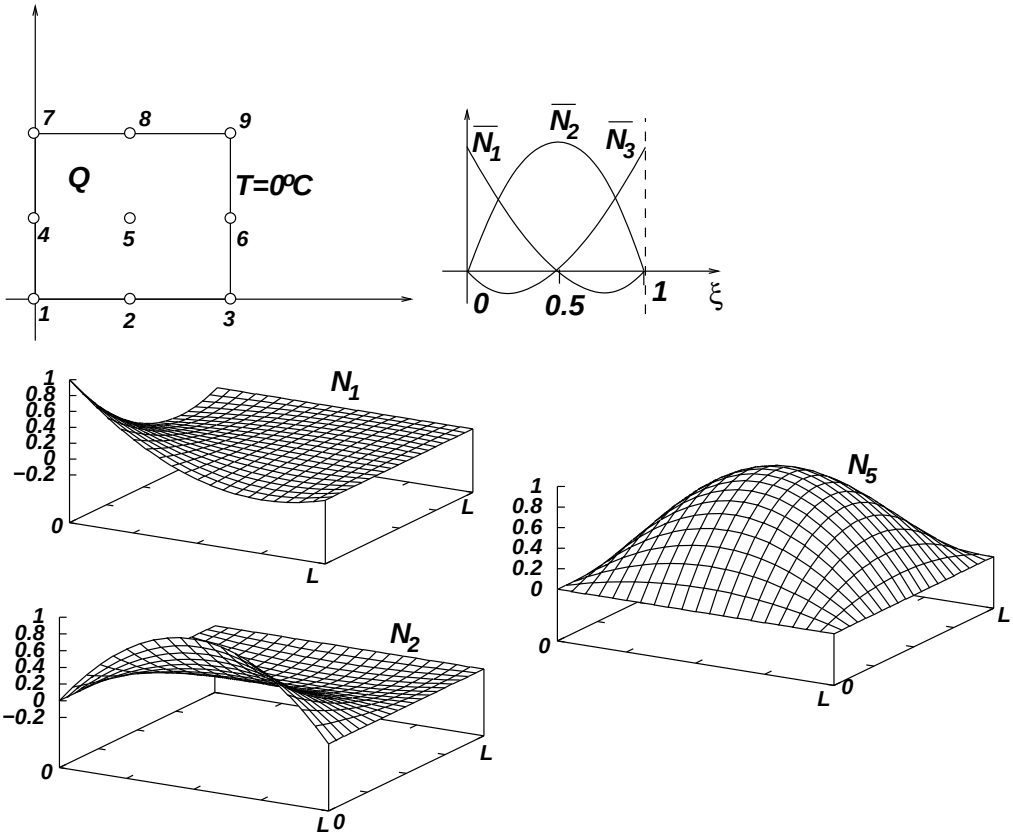
Métodos Numéricos y Simulación. Primer parcial. Tema B

Ej. 1.- Determine la temperatura máxima que se produce en un microprocesador de geometría cuadrada, de $L = 4$cm de lado, cuando existe una disipación de calor $Q = 10$ W/cm^3 y siendo la conductividad del medio de 0.25 W/cm $^\circ$K. La temperatura exterior es de $T = 0^\circ$C. Usaremos un elemento cuadrático cuyas funciones de interpolación son

$$\begin{aligned}
N_1(x,y) &= \bar{N}_1(x/L)\,\bar{N}_1(y/L),\ N_2(x,y) = \bar{N}_2(x/L)\,\bar{N}_1(y/L),\ N_3(x,y) = \bar{N}_3(x/L)\,\bar{N}_1(y/L)\\
N_4(x,y) &= \bar{N}_1(x/L)\,\bar{N}_2(y/L),\ N_5(x,y) = \bar{N}_2(x/L)\,\bar{N}_2(y/L),\ N_6(x,y) = \bar{N}_3(x/L)\,\bar{N}_2(y/L)\\
N_7(x,y) &= \bar{N}_1(x/L)\,\bar{N}_3(y/L),\ N_8(x,y) = \bar{N}_2(x/L)\,\bar{N}_3(y/L),\ N_9(x,y) = \bar{N}_3(x/L)\,\bar{N}_3(y/L)
\end{aligned} \tag{1}$$

donde $\xi = x/L$, $\eta = y/L$ y

$$\bar{N}_1(\xi) = 2(\xi - 0.5)(\xi - 1),\ \bar{N}_2(\xi) = 4\xi(1-\xi),\ \bar{N}_3(\xi) = 2\xi(\xi - 0.5) \tag{2}$$



i) Escribir el desarrollo que lleva a un sistema de ecuaciones lineales de la forma $\mathbf{KT} = \mathbf{b}$ para las temperaturas nodales $T_1, \ldots, T_9$, mostrando las expresiones para los K_{ij} y b_j.

ii) Calcular los coeficientes *diagonales* de la matriz $K_{11}, K_{22}, \ldots, K_{99}$ y el miembro derecho correspondiente al nodo central b_5. (*Notar que muchos de ellos son iguales entre sí por simetría*).

iii) Mediante las condiciones de contorno eliminar filas de la ecuación de manera de obtener una ecuación para la temperatura máxima en el nodo central T_5 y resolverla.

Ej. 2.- Indicar cuáles de las siguientes son ventajas de integrar por partes la formulación de residuos ponderados

- ☐ Reducir el tiempo de cálculo
- ☐ Obtener matrices simétricas
- ☐ Disminuir el número de incógnitas
- ☐ Mejorar la precisión
- ☐ Posiblidad de usar funciones con derivada discontinua

Ej. 3.- ¿ Cuáles de las siguientes son condiciones necesarias para obtener matrices simétricas?

- ☐ Que los elementos tengan igual tamaño
- ☐ Usar funciones de interpolación de soporte compacto (p.ej. las funciones de elementos finitos)
- ☐ Usar el método de Galerkin para elegir las funciones de peso
- ☐ Usar colocación por subdominio
- ☐ Usar funciones de interpolación globales (p.ej. senos y cosenos, polinomios globales)
- ☐ Una correcta numeración de los nodos
- ☐ Usar colocación puntual

Ej. 4.- ¿ Cuáles de las siguientes son condiciones necesarias para obtener matrices banda?

- ☐ Usar funciones de interpolación globales (p.ej. senos y cosenos, polinomios globales)
- ☐ Usar colocación puntual
- ☐ Que los elementos tengan igual tamaño
- ☐ Usar funciones de interpolación de soporte compacto (p.ej. las funciones de elementos finitos)
- ☐ Usar colocación por subdominio
- ☐ Usar el método de Galerkin para elegir las funciones de peso
- ☐ Una correcta numeración de los nodos