Métodos Numéricos y Simulación. Primer parcial

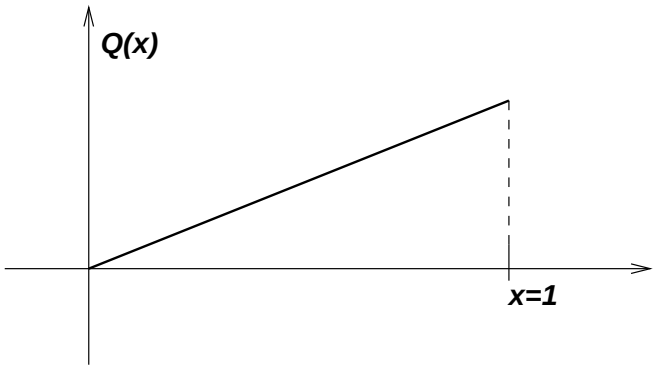
Ej. 1.- Considere el problema de conducción del calor 1D:

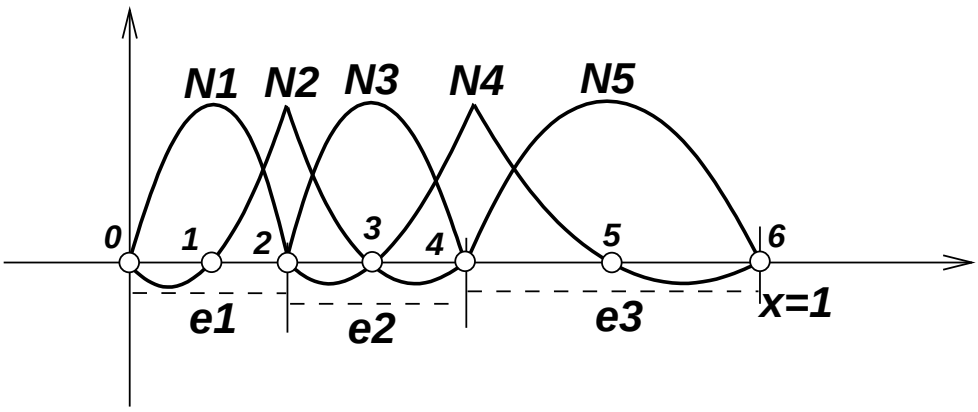
$$k\Delta T + Q = 0, \qquad \text{en } 0 \leq x \leq L, \tag{1}$$

con condiciones de contorno

$$T(0) = 0, T(L) \quad = 1, \tag{2}$$

donde $Q(x) = \frac{1}{2}x/L$, $k = 10$, $L = 1$. Discretizar usando las funciones de forma correspondientes a elementos finitos cuadráticos con 3 elementos (dos de longitud 0.25 y uno de longitud 0.5). Hallar las matrices $\mathbf{A}$ y el miembro derecho $\mathbf{b}$.





Ej. 2.- Las ecuaciones que rigen los problemas de conducción del calor por conducción en 2D estacionario son

i) $\dfrac{\partial}{\partial x}\left(k_{xx}\dfrac{\partial T}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(k_{yy}\dfrac{\partial T}{\partial y}\right) + Q = 0$, $\forall x, y \in \Omega$.

ii) $T = \bar{T}$, en Γ_T

iii) $\bar{q}_n = q_x l + q_y m$ en Γ_q

iv) $q_n = h(T - T_{\text{amb}})$ en Γ_h

v) $q_x = -k_{xx}\dfrac{\partial T}{\partial x}$, $\forall x, y \in \Omega$.

vi) $q_y = -k_{yy}\dfrac{\partial T}{\partial y}$, $\forall x, y \in \Omega$.

En una resolución por el método de elementos finitos: ¿cuáles de estas ecuaciones se verifican exactamente y cuales en forma aproximada?

Ej. 3.- Dada una malla de elementos finitos triangulares para la resolución de un problema 2D de transmisión del calor, contestar las siguientes preguntas:

i) Si cambio la numeración de los nodos: ¿cambia el resultado?

ii) Independientemente de si cambia o no el resultado, ¿Qué cambia cuando cambio la numeración de los nodos?

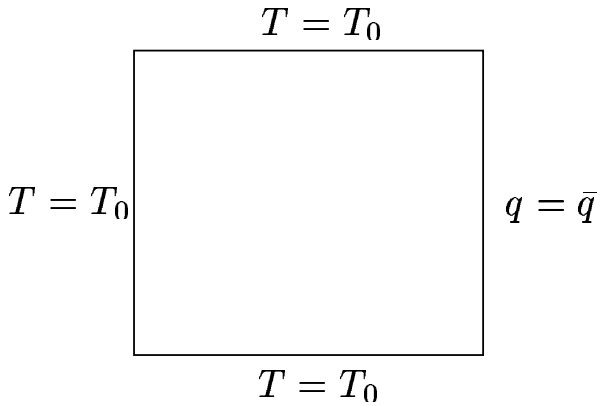
iii) Discutir las ventajas de una correcta numeración de los nodos.

iv) La matriz de un elemento genérico se la puede expresar como:

$$(\mathbf{C}^{-1})^T \left[\int_{\Omega^e} \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} k_{xx} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x}^T + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} k_{yy} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y}^T \right) \mathrm{d}\Omega \right] \mathbf{C}^{-1}. \tag{3}$$

Si cambio la numeración de los nodos de un elemento: ¿que matrices cambian?

Ej. 4.- Sea un problema de transmisión del calor 2D en un dominio cuadrado, con condiciones de contorno como se muestra en la figura.



El problema es resuelto por elementos finitos y se llega a un sistema de ecuaciones del tipo

$$\mathbf{KT} = \mathbf{F}. \tag{4}$$

¿Cuáles de estas matrices cambian si cambia el valor de $\bar{q}$?