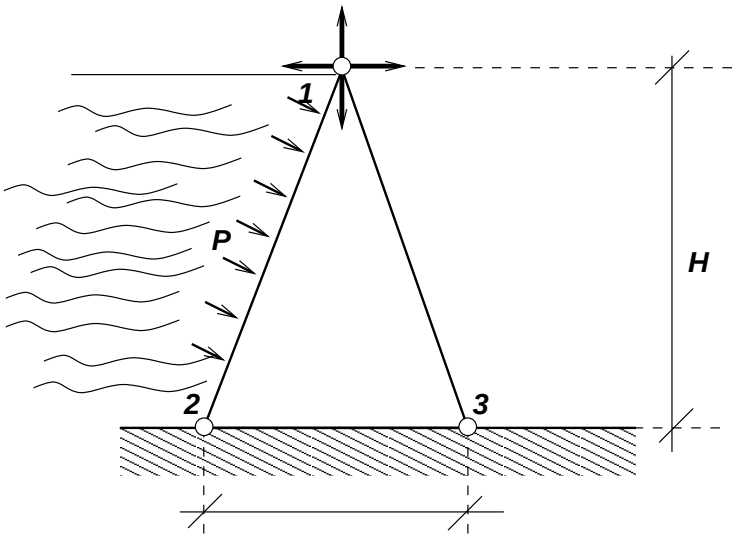
Métodos Numéricos y Simulación. Segundo parcial [22 Oct 2002]

Ej. 1.- Considere una represa de sección triangular como muestra la figura, donde L =10 m, H =20 m, y las constantes elásticas de la mezcla que compone la presa son $G = \lambda = 10^8\,\mathrm{N/m^2}$ y la densidad es $\rho = 2000\,\mathrm{Kg/m^3}$.



i) Hallar los desplazamientos del nodo 1 si todo el lado mojado (1-2) está sometido a una presión de $10^5\mathrm{N/m^2}$ utilizando un sólo elemento finito triangular lineal y asumiendo que toda la base está fija y no actúan otras fuerzas externas sobre la misma.

ii) Halle las ecuaciones de movimiento dinámico de la presa utilizando la misma discretización y asumiendo que toda la base está fija y no actúan fuerzas externas sobre la misma.

iii) Utilizando las ecuaciones dinámicas del punto anterior y asumiendo que el nodo 1 sólo se desplaza en la dirección vertical llegar a una ecuación unidimensional para el desplazamiento vertical del mismo de la forma

$$m\ddot{v}_1 + kv_1 = 0 \tag{1}$$

y hallar la frecuencia de ese modo de vibración $\omega_y = \sqrt{k/m}$. Análogamente, hallar la frecuencia ω_x del modo horizontal asumiendo que el nodo 1 sólo se mueve en esa dirección.

Ej. 2.- **Recuperatorio primer parcial:** Responder las siguientes preguntas justificando la respuesta:

i) Cuando se resuelven las ecuaciones de conducción del calor no estacionarias con el método de Euler explícito ($\alpha = 0$) : ¿Es el esquema numérico estable para todo Δt? ¿Es estable para Δt suficientemente grande? ¿Es estable para Δt suficientemente chico?

ii) Responda las mismas preguntas pero ahora para $\alpha = 1$ (Euler implícito).

iii) ¿Cuál de los siguientes métodos es más preciso? a) Euler explícito ($\alpha = 0$), b) Crank-Nicolson ($\alpha = 0.5$) o c) Euler implícito ($\alpha = 1$).

iv) Las ecuaciones de gobierno para los problemas de elasticidad son

   a) $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}, \quad \forall x, y$ en Ω,
   b) $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, \;$ en Γ_u,
   c) $\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{T}, \quad$ en Γ_T, y
   d) $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\epsilon, \quad \forall x, y$ en Ω.

   En una resolución por el método de elementos finitos: ¿cuáles de estas ecuaciones se verifican exactamente y cuales en forma aproximada?