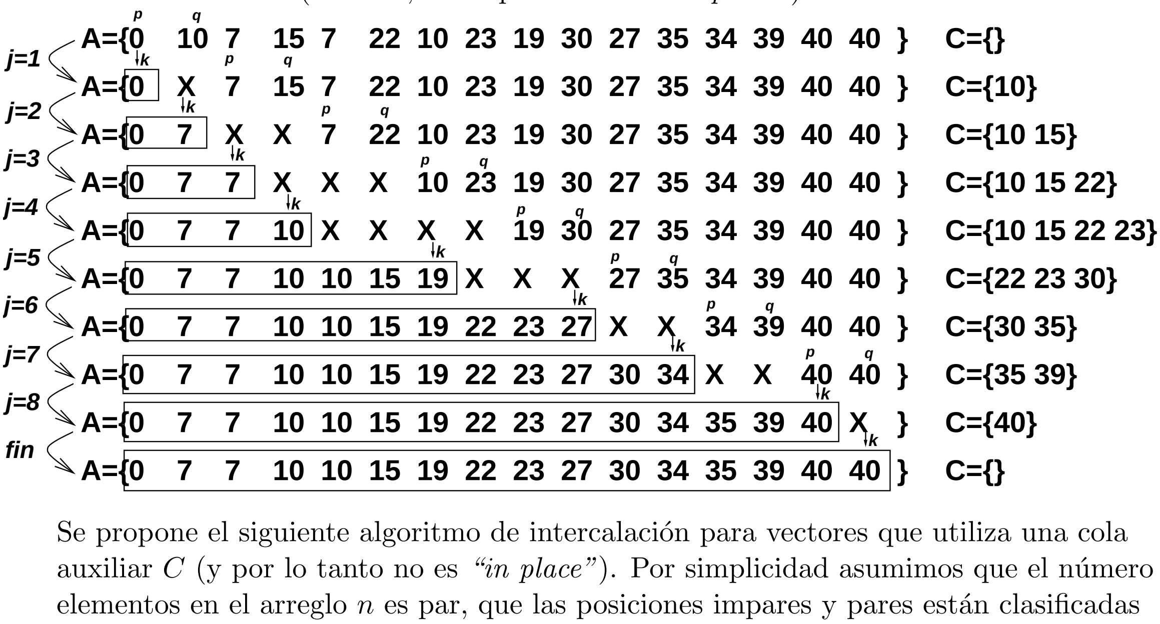
Algoritmos y Estructuras de Datos. Parcial 3. Tema 2b. [25 de Junio de 2002]

Ej. 1.- Escribir las funciones primitivas del `TAD CONJUNTO` listadas a continuación, para árboles binarios de búsqueda:

(a) `ANULA(A)`
(b) `INSERTA(x,A)`
(c) `SUPRIME(x,A)`
(d) `MIEMBRO(X,A)`

Ej. 2.- El algoritmo mergesort modificado: El procedimiento Mergesort se basa en la estrategia *"dividir para vencer"*. Primero se ordenan las posiciones impares entre sí (recursivamente), luego las pares, y luego se intercalan ambas subsecuencias. Si el intercalamiento se puede hacer en tiempo $O(n)$ entonces puede demostrarse que el número de operaciones total es $O(n \log(n))$ en el peor caso. Ya hemos visto para la representación de conjuntos como listas enlazadas clasificadas que el intercalamiento de dos listas enlazadas clasificadas se puede hacer en tiempo $O(n)$. Para vectores no es tan sencillo, y se conjetura que no se puede hacer tal operación en tiempo $O(n)$ sin uso de memoria adicional (es decir, no se puede hacer *"in place"*).



Se propone el siguiente algoritmo de intercalación para vectores que utiliza una cola auxiliar C (y por lo tanto no es *"in place"*). Por simplicidad asumimos que el número de elementos en el arreglo n es par, que las posiciones impares y pares están clasificadas entre sí, e inicialmente la cola C está vacía. Considerando el arreglo A de longitud $n = 16$ de la figura, el algoritmo lo ordena en $n/2 = 8$ pasos. En cada paso el algoritmo ordena los elementos p, q en las posiciones $2j - 1$ y $2j$. Después del paso j los primeros $2j$ elementos están ordenados y ubicados en parte en la cabecera del vector (posiciones 1 a

k, marcados en la figura con una caja rectangular) y en la cola C. Entre la posición $k+1$ y la posición $2j-1$ hay una serie de elementos (tantos como hay en C) cuyos valores son irrelevantes (en la figura están marcados con una X). El algoritmo es el siguiente

```
for j:=1 to n div 2 do begin
   p := A[2j-1]; q := A[2j]; r := min(p,q);
   pone ‘max(p,q)’ en C;
   pone todos los elementos de ‘C’ menores o iguales que ‘r’ en
                la cabecera de ‘A’ (despues de la posicion ‘k’);
   pone ‘r’ en la cabecera de ‘A’;
end;
pone todos los elementos restantes de ‘C’ en la cabecera de ‘A’;
```

Así, por ejemplo, en el paso 6 del ejemplo de la figura consideramos los elementos $p = 27$, $q = 35$ en las posiciones 11 y 12. El mínimo de ambos es $r = 27$ de manera que insertamos 35 en C. Tomamos los elementos de C menores que r (22 y 23), y los ponemos en la cabecera de A y finalmente ponemos r en la cabecera. Durante este paso el número de elementos ordenados en la cabecera se incrementó en 3 y la longitud de la cola C se redujo en 1. Si bien este algoritmo no es *“in place”* el tamaño de la cola C es en promedio de longitud $O(\sqrt{n})$ (puede ser n en el peor caso).

Consigna: Escribir un procedimiento `MERGEQ` que intercala dos secuencias de acuerdo al algoritmo descripto previamente.

```
tipo_elemento = integer;
type vector = array[1..N] of tipo_elemento;
procedure MERGEQ(var A:vector; N:tipo_elemento);
```

Usar las primitivas del `TAD COLA`:

```
procedure ANULA(var C:cola);
procedure PONE(x:tipo_elemento; var C:cola);
procedure QUITA(var C:cola);
function FRENTE(C:cola): tipo_elemento;
function VACIA(C:cola): boolean;
```

Ej. 3.- **Preguntas sobre clasificación:** [Responder según el sistema *“multiple choice”*, es decir marcar con una cruz el casillero apropiado. **Atención:** Algunas respuestas son intencionalmente “descabelladas” y tienen puntajes **negativos**!]

(a) ¿Cuál de los siguientes algoritmos de clasificación es $O(n \log(n))$?

- ☐ Burbuja (*“bubble-sort”*)
- ☐ Inserción
- ☐ Reducción óptima (*“indian-tonic-sort”*)

☐ Clasificación por montículos (*"heap-sort"*)

(b) El mejor caso para el algoritmo de clasificación rápida (*"quick-sort"*) es cuando el pivote v particiona la secuencia en dos secuencias de longitud n_1 y n_2 tales que

☐ ... $n_1 \approx \sqrt{n_2}$
☐ ... $n_1 \ll n_2$
☐ ... $n_1 \gg n_2$
☐ ... $n_1 \approx n_2$

(c) En un *montículo* con n elementos, el número de niveles es ...

☐ ... $O(2^n)$
☐ ... $O(n)$
☐ ... $O(\log(n))$
☐ ... $O(n^2)$

(d) El algoritmo de clasificación por urnas tiene un tiempo de ejecución $T(n) = O(n)$ pero está restringido a que el número de claves posibles ...

☐ ... sea una potencia de 2.
☐ ... sea finito.
☐ ... sea delgado.
☐ ... sea infinito.

Ej. 4.- Realizar las siguientes tareas

(a) Dados los enteros $\{93, 87, 63, 61, 32, 24, 17, 16, 10, 2\}$ ordenarlos por el método de *"montículos"* (*"heap-sort"*). Mostrar el montículo (minimal) antes y después de cada inserción/supresión.

(b) Dados los enteros $\{520, 811, 405, 71, 685\}$ ordenarlos por el método de urnas (*"bin-sort"*), con $B = 10$ urnas, y tantas pasadas como sea necesario. Mostrar la tabla de urnas y su contenido después de cada pasada. Especificar cuál es la instrucción Pascal que se debe utilizar para ubicar los elementos en las urnas durante cada pasada.

(c) Dados las cadenas de caracteres `{Pandora, Hiperon, Pan, Mimas, Atlas, Helena, Calipso}` insertarlos, en ese orden, en un *"árbol binario de búsqueda"*. Luego, mostrar las operaciones necesarias para eliminar los elementos `{Hiperon, Pan}`