

Parcial 3, tema 2 [Martes 26 de Junio de 2012]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

- 1) Considere la relación de recurrencia (RR): $a_n = 2a_{n-1} + 2^n$ con enteros $n \geq 0$:
 - a) Clasifíquela exhaustivamente;
 - b) Demuestre que $a_n = n2^n$ es una solución (¿es homogénea o particular?);
 - c) Encuentre la solución cuando $a_0 = 1$.
- 2) a) Enumere los pares ordenados y trace el digrafo de la relación $R = \{(a, b) | a \leq b\}$ en el conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$.
 - b) Determine si la relación $R = \{(a, b) | a = b\}$ en el conjunto de los enteros es una relación de equivalencia y/o de orden.
 - c) Escriba un algoritmo **cierre_reflexivo (A)** en el que, dada la matriz (cuadrada) **A** de una relación R en un conjunto X de n elementos, devuelva la matriz **B** con el cierre reflexivo.
- 3) a) Determine para qué valores de n es bipartito el grafo ciclo C_n .
 - b) Defina y simbolice la matriz de adyacencia **A** en un grafo $G = (V, E)$ y dé un ejemplo.
 - c) Dada la matriz de adyacencia **A** de un grafo $G = (V, E)$, describa la fila y la columna de un vértice aislado i .
- 4) a) Defina circuito y circuito simple en un grafo $G = (V, E)$ y dé un ejemplo de cada uno.
 - b) Defina árbol de expansión $T = (V', E')$. Indique qué condición debe cumplirse para que en un grafo $G = (V, E)$ exista un árbol de expansión.
 - c) Dé un ciclo de Euler en el grafo G_1 (Fig. 1, izq.) o justifique que no es posible.
- 5) a) En el grafo G_2 de la Fig. 1 (cent.): (i) Encuentre un árbol de expansión T_2 usando búsq. en profundid. y en orden alfabético; (ii) Dibuje T_2 aparte indicando: raíz, hojas, nivel de cada vértice, altura, antecesores, descendientes y hermanos del vértice F .
 - b) En el grafo ponderado G_3 de la Fig. 1 (der.): use el algoritmo de Dijkstra para hallar una trayectoria de longitud mín. entre los vértices D y A , trácela e indique su longitud.
 - c) En el grafo ponderado G_3 de la Fig. 1 (der.): (i) Encuentre un árbol de expansión de peso mínimo T_3 usando el algoritmo de Prim desde el vértice A ¿Por qué, en general, no hay unicidad? (ii) Dibuje T_3 aparte como árbol ordenado con raíz A y recórralo en preorden.

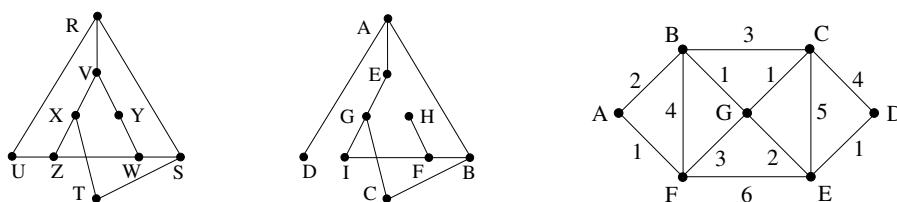


Figura 1: Grafos G_1 (izq.), G_2 (centro) y G_3 (der.) para los incisos 4c-5c.