

## Parcial 1, tema 2 [Viernes 16 de Abril de 2010]

Instrucciones: la evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con apellido en el margen superior derecho.

- 1)
  - a) Defina tautología, contradicción y contingencia, y dé un ejemplo de cada una.
  - b) Justifique si  $(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$  es una tautología, contradicción o contingencia.
  - c) En una implicación, indique cuál es la condición necesaria, cuál es la condición suficiente y dé un ejemplo.
- 2)
  - a) Enuncie cuatro equivalencias lógicas y demuestre una.
  - b) Justifique el valor de verdad de la sentencia  $\forall x \exists y (xy = 1)$  si el dominio de discurso es el conjunto de los: (i) reales no-nulos; (ii) enteros no-nulos; (iii) reales positivos.
  - c) Sea un dominio de discurso  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ , de cardinal  $n = |D|$ , y una función proposicional  $P = P(x, y)$ , con  $x, y \in D$ . Escriba un algoritmo `bool` `enigma` (`D,P,n`) que devuelve `True` si  $\forall x \exists y P(x, y)$  es `True` y `False` en caso contrario.
- 3)
  - a) Justifique si  $\neg q$  y  $p \rightarrow q$ ,  $\therefore \neg p$  es un razonamiento válido o no, donde  $p$  y  $q$  son proposiciones.
  - b) Demuestre si  $n$  es un número entero y  $3n + 2$  es par, entonces  $n$  es par.
  - c) Defina conjunto de partes  $\mathcal{P}(A)$  (o conjunto potencia) de un conjunto  $A$ , expresarlo simbólicamente y dar un ejemplo. A continuación, encuentre el conjunto de partes del conjunto  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$  y su cardinal.
- 4)
  - a) Defina función inversa, expresarlo simbólicamente y dé un ejemplo.
  - b) Justifique un ejemplo de una función de  $Z_0^+$  en  $Z_0^+$  que sea sobreyectiva pero no-inyectiva, donde  $Z_0^+$  es el conjunto de los números enteros no-negativos.
  - c) Justifique si  $f(x) = \log(x)$ , de  $\mathbb{R}^+$  en  $\mathbb{R}$ , es una función (o no). Si lo fuera justifique si es inyectiva, sobreyectiva y/o biyectiva.
- 5)
  - a) Encuentre una fórmula que genere los términos de la sucesión de enteros 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...
  - b) Demuestre por inducción matemática que  $n! < n^n$  para enteros  $n > 1$ .
  - c) Demuestre por inducción matemática que  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$  para enteros  $n$  no-negativos.