

## Parcial 1, tema 1 [Viernes 16 de Abril de 2010]

Instrucciones: **la evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con apellido en el margen superior derecho.**

- 1)
  - a) Justifique con y sin tabla de verdad si  $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg p \leftrightarrow q$ .
  - b) Defina proposición recíproca, contrarrecíproca e inversa, dé un ejemplo de cada una y justifique cuáles de ellas son lógicamente equivalentes entre sí.
  - c) En una implicación, indique cuál es la condición necesaria, cuál es la condición suficiente y dé un ejemplo.
- 2)
  - a) Enuncie cuatro equivalencias lógicas y demuestre una.
  - b) Justifique si  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$  y  $\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)$  tienen (o no) el mismo valor de verdad.
  - c) Sea un dominio de discurso  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ , de cardinal  $n = |D|$ , y una función proposicional  $P = P(x, y)$ , con  $x, y \in D$ . Escriba un algoritmo `bool enigma (D,P,n)` que devuelve `True` si  $\exists x \forall y P(x, y)$  es `True` y `False` en caso contrario.
- 3)
  - a) Justifique si  $p \vee q$  y  $\neg p \vee r$ , /  $\therefore q \vee r$  es un razonamiento válido o no, donde  $p, q$  y  $r$  son proposiciones.
  - b) Demuestre si  $n$  es un número entero y  $n^3 + 5$  es impar, entonces  $n$  es par.
  - c) Defina producto cartesiano de dos conjuntos  $A$  y  $B$ , expresarlo simbólicamente y dé un ejemplo. Luego suponga que, en particular,  $A \times B = \emptyset$  ¿Qué se puede concluir en este último caso?
- 4)
  - a) Defina composición de dos funciones, expresarlo simbólicamente y dé un ejemplo.
  - b) Justifique un ejemplo de una función de  $Z_0^+$  en  $Z_0^+$  que sea inyectiva pero no sobreyectiva, donde  $Z_0^+$  es el conjunto de los números enteros no-negativos.
  - c) Justifique si  $g(u) = -\sqrt{u}$ , de  $\mathbb{R}_0^+$  en  $\mathbb{R}$ , es una función (o no). Si lo fuera justifique si es inyectiva, sobreyectiva y/o biyectiva.
- 5)
  - a) Encuentre una fórmula que genere los términos de la sucesión de enteros 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, ...
  - b) Demuestre por inducción matemática que  $2^n > n^2$  para enteros  $n > 4$ .
  - c) Demuestre por inducción matemática que  $n^3 + 2n$  es divisible por 3 si  $n$  es entero no-negativo.