

Parcial 2, tema 2 [Miércoles 26 de Mayo de 2010]

Instrucciones: la evaluación dura 2.5 hs (dos horas y media). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con APELLIDO en el margen SUPERIOR DERECHO.

- 1) a) Justifique de cuántas formas pueden colorearse las caras de una pirámide de base cuadrada con 3 colores.
b) Una delegación de 9 estudiantes tiene que ser elegida de un grupo de 18 estudiantes para asistir a un congreso. Justifique de cuántas maneras se puede elegir la delegación si hay 2 estudiantes que se niegan a estar juntos en la misma.
- 2) a) Escriba un algoritmo RECURSIVO `int binomial (a,b)` que calcule $C(a,b)$ con a y b enteros no-negativos. **Restricción: no se puede utilizar la función factorial.**
b) Escriba un algoritmo `bool es_sobreyectiva (A,m,n)` que devuelve *True* si la matriz booleana A con m filas y n columnas (en general $m \neq n$) representa una función sobreyectiva y *False* en caso contrario.
- 3) a) Deduzca una Relación de Recurrencia (RR) y determine sus condiciones iniciales para el número a_n de cadenas de n bits que no-contienen 2 unos consecutivos.
b) Clasifique exhaustivamente la RR $a_n = a_{n-1} + n$ para enteros $n > 1$, con $a_1 = 1$ y luego halle su solución.
- 4) a) En una clase con 25 estudiantes todos tienen entre 18 y 20 años. Demuestre que hay al menos 3 estudiantes que tienen 18 años.
b) Justifique el número de soluciones de la ecuación diofántica $x_1 + x_2 + x_3 = 13$, con $x_2 \geq 2$, $3 \leq x_3 \leq 7$, utilizando el principio de inclusión-exclusión cuando fuera posible.
- 5) a) Usando los principios de conteo justifique el número de relaciones R en un conjunto A de n elementos tales que son simétricas.
b) Defina relación de orden parcial. A continuación, justifique si la relación R representada por su matriz asociada $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ es (o no) un orden parcial.
- 6) a) Considere la relación $R = \{ (a,c), (b,a), (b,c), (a,c) \}$ en el conjunto $A = \{a,b,c\}$. Obtenga la matriz M_{R^*} del cierre transitivo $R^* = \cup_{k=1}^3 R^k$ sin usar el algoritmo de Roy-Warshall (RW).
b) Adapte el algoritmo de RW para hallar el cierre reflexivo del cierre transitivo de una relación en un conjunto de n elementos.