

Introducción al Método de los Elementos Finitos

Guía Núm. 4

1. Sea el problema de valores de frontera siguiente:

$$(D) \quad \begin{aligned} -u''(x) &= f(x) & -2 < x < 2 \\ u(-2) &= u(2) = 0 \end{aligned}$$

donde

$$f(x) = -\frac{2}{\varepsilon^2} \left((x-1)e^{-((x-1)/\varepsilon)^2} - (x+1)e^{-((x+1)/\varepsilon)^2} \right)$$

donde ε es una constante real positiva.

En el programa adjunto, se muestra que la solución analítica de este problema resulta:

$$u(x) = \frac{\sqrt{\pi}\varepsilon}{2} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{3}{\varepsilon}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-1}{\varepsilon}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{x+1}{\varepsilon}\right) \right)$$

donde $\operatorname{erf}()$ es la llamada “función de error de Gauss”.

Resolver este problema utilizando elementos finitos lineales, para dos casos:

- a) $\varepsilon = 1$.
- b) $\varepsilon = 0,001$.

Calcular la solución para distintos tamaños de malla (partición uniforme), y calcular las tasas de convergencia de la solución y de sus derivadas en ambos casos. Comparar ambos y extraer conclusiones relacionando con los desarrollos hechos en la teoría.

2. Implementar en el programa MATFEM el elemento triangular con interpolación lineal para problemas de elasticidad. Se adjunta la función `stiffcurElast2D.m` que implementa el elemento, siguiendo los pasos dados en teoría. Realizar tests de validación de resultados.
3. La figura (tomada del libro “Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos”, por Eugenio Oñate) ilustra resultados obtenidos con diferentes formulaciones de elementos planos, para diferentes tamaños de malla en el problema de flexión de una viga empotrada. Se puede apreciar que la velocidad de convergencia varía apreciablemente en función de la formulación empleada.

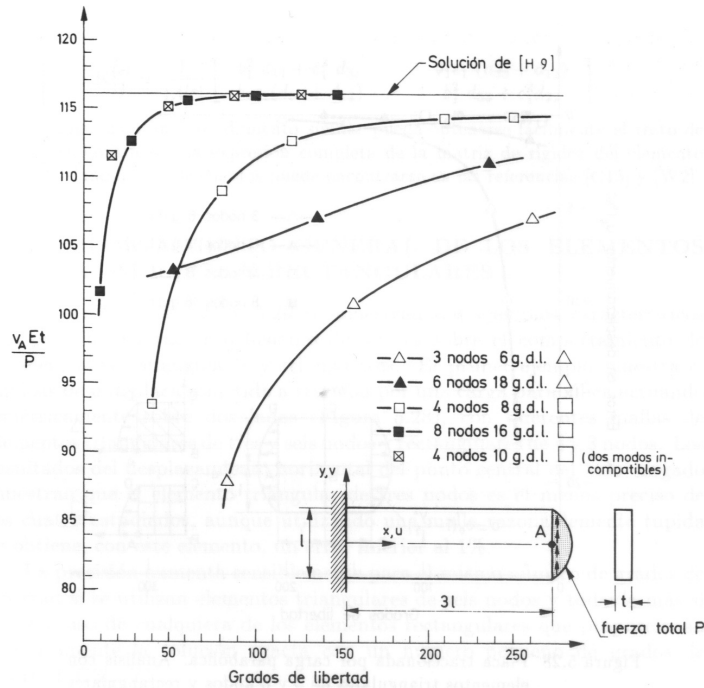
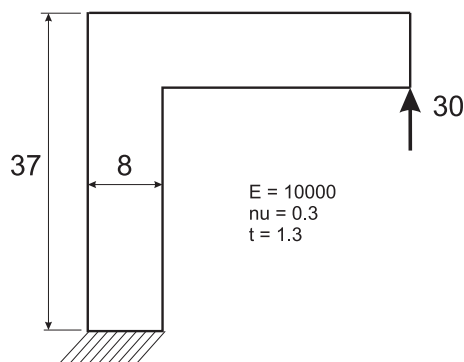


Figura 5.29 Viga en voladizo bajo carga parabólica en el borde. Análisis con elementos triangulares de 3 y 6 nodos, rectangulares de 4 y 8 nodos y el rectangular de 4 nodos y dos modos incompatibles del Apartado 5.4.2.3.

Realice un estudio de convergencia similar para los elementos de que dispone en el programa de elementos finitos que esté usando. Ubique los puntos que obtenga en el diagrama, comparando con los resultados presentados. De ser posible, identifique la formulación que usa su programa de elementos finitos. Mostrar los resultados que entrega el triángulo lineal de MATFEM.

4. Realice un estudio de convergencia con mallas regulares para el problema de la figura.



5. Realice ahora un estudio de convergencia con mallas irregulares para el mismo problema. Pruebe formas de refinamiento apropiadas para el problema, y compare con los resultados del punto anterior.
6. Implementar en el programa MATFEM dos elementos de flexión de placas siguiendo los lineamientos de la teoría. En una de las implementaciones, use un elemento P5. En la otra, utilice el elemento de Morley. Compare resultados.